**Лабораторна робота №3**

**Перевірка моделі на мультиколінеарность за допомогою алгоритму Феррара–Глобера**

**Мета роботи –** навчитисявиявляти мультиколінеарність в моделі за алгоритмом Феррара–Глобера.

**Після виконання роботи студент повинен:**

ЗНАТИ сутність явища мультиколінеарності, послідовність дій при використанні алгоритму Феррара–Глобера.

УМІТИ виявляти частинну та загальну мультиколінеарності.

МАТИ УЯВЛЕННЯ про методи усунення частинної та загальної мультиколінеарностей.

**Завдання:**

1 Побудувати нормалізовану матрицю 

2 Розрахувати кореляційну матрицю R.

3 Перевірити вибірку на мультиколінеарність за критерієм χ2 .

4 Розрахувати F–критерій для кожної незалежної змінної.

5 Розрахувати коефіцієнт детермінації R2 для кожної незалежної змінної.

6 Визначити частинні коефіцієнти кореляції.

7 Перевірити вибірку на мультиколінеарність між незалежними змінними за допомогою t–критерію.

8. Вибрати в Інтернет датасет обсягом 50-100 рядочків та 4-6 факторів і виконати для нього пп.1-6.

**Хід роботи:**

1 Нормалізуємо змінні *x1, x2, …, xn* регресійної моделі:

,

де *n* – кількість вибірки;

– сереньоарифметичне *j*–ї незалежної змінної.

– дисперсія *j–*ї незалежної змінної.

Побудуємо матрицю , елементами якої є нормалізовані змінні *xij\*.*

2 Знайдемо кореляційну матрицю *R*:



де *X\*Т*– транспонована Х\*;

– парні коефіцієнти кореляції.

Елементи *rij* матриці  характеризують щільність зв’язку між змінними *і* та *j*.

Якщо на діагоналі матриці *R* стоять не «1», перетворюємо матрицю наступним чином: на діагоналі записуємо «1», а до інших елементів матриці додаємо різницю між «1» та відповідним діагональним елементом (1– ).

3 Знайдемо визначник матриці *R det R = |R|* та розрахункове значення критерію χ2:

.

Порівняємо розрахункове значення  з табличним (додаток Г) з  ступенями свободи та рівнем значущості *q*=5%.

Якщо >, то в масиві незалежних змінних має місце загальна мультиколінеарність.

4 Перевіримо вибірку на наявність частинної мультиколінеарності за критерієм Фішера. Для цього розрахуємо обернену до R матрицю С:



Знайдемо F–критерій для кожної незалежної змінної за формулою

,

де  – діагональні елементи матриці С;

*n* – кількість спостережень (обсяг вибірки);

*k* – кількість незалежних змінних.

Розрахункові значення порівнюємо з табличними при *(n–k)* та *(k–1)* ступенях свободи та рівні значущості *q*=5% (додаток В). Якщо *Fр>Fтабл.,* то між незалежними змінними існує мультиколінеарність.

5 Розрахуємо коефіцієнти детермінації для кожної незалежної змінної за формулою:



6Знайдемо матрицю частинних коефіцієнтів кореляції, які характеризують щільність зв’язків між двома змінними за умови, що всі інші змінні, а саме *xl1, xl2, …, xlk*не впливають на цей зв'язок (існування парної мультиколінеарності):



7Розрахуємо t–критерій для кожної незалежної змінної за формулою



Розрахункові значення порівнюємо з табличним значенням розподілу Стьюдента (додаток Б) при *(n–k)* ступенях свободи та рівнем значущості *q*=5%. Якщо , то спостерігається мультиколінеарність між двома досліджуваними факторами.

Якщо між незалежними змінними існує мультиколінеарність, то необхідно вирішувати питання щодо її усунення. Наприклад, можна виключити одну зі змінних колінеарної пари з моделі (якщо це не суперечить логіці економічних зв’язків) та досліджувати вплив на показник тільки тих факторів, що залишилися.

**Приклад 5**

Вихідні дані подамо в таблиці (табл. 5.1). Перевірити вибірку на мультиколінеарність.

Таблиця 5.1 – Вихідні дані до прикладу 5

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| х1 | х2 | х3 |
| 10,37 | 9,87 | 8,20 |
| 10,37 | 11,08 | 9,80 |
| 10,28 | 11,08 | 10,10 |
| 10,25 | 9,08 | 5,80 |
| 11,72 | 10,05 | 9,50 |
| 11,28 | 20,18 | 15,70 |
| 11,45 | 10,69 | 11,50 |
| 10,40 | 13,90 | 10,60 |
| 11,60 | 14,50 | 11,40 |
| 9,80 | 14,70 | 10,10 |
| 9,81 | 10,80 | 9,40 |
| 8,90 | 15,06 | 8,10 |
| 9,84 | 13,27 | 10,80 |
| 12,70 | 16,20 | 11,50 |
| 12,27 | 15,07 | 10,20 |
| 12,08 | 15,20 | 11,50 |
| 14,90 | 17,90 | 12,90 |
| 15,02 | 20,37 | 21,40 |

**Розв’язання:**

1 Розрахуємо математичне очікування та дисперсії кожної з незалежних змінних, нормалізуємо змінні і побудуємо матрицю , елементами якої є нормалізовані змінні xij\* (табл. 5.2).

Таблиця 5.2 – Результат побудови нормалізованої матриці 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | -0,13185 | -0,28136 | -0,20692 |
|  | -0,13185 | -0,19546 | -0,08984 |
|  | -0,14489 | -0,19546 | -0,06789 |
|  | -0,14924 | -0,33744 | -0,38254 |
|  | 0,063752 | -0,26858 | -0,1118 |
|  | -2,6E-16 | 0,450554 | 0,34189 |
|  | 0,024631 | -0,22315 | 0,034555 |
| X\* | -0,1275 | 0,004733 | -0,0313 |
|  | 0,046365 | 0,047327 | 0,027237 |
|  | -0,21444 | 0,061525 | -0,06789 |
|  | -0,21299 | -0,21534 | -0,11911 |
|  | -0,34484 | 0,087082 | -0,21424 |
|  | -0,20864 | -0,03999 | -0,01667 |
|  | 0,205745 | 0,168011 | 0,034555 |
|  | 0,143442 | 0,087792 | -0,06057 |
|  | 0,115913 | 0,097021 | 0,034555 |
|  | 0,524504 | 0,288695 | 0,137 |
|  | 0,541891 | 0,464042 | 0,758987 |

2 Транспонуємо нормалізовану матрицю і знайдемо кореляційну матрицю R (табл. 5.3).

Таблиця 5.3 –Кореляційна матриця R

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 0,592795 | 0,707889 |
| R | 0,592795 | 1 | 0,794709 |
|  | 0,707889 | 0,794709 | 1 |

3 Знайдемо визначник матриці R det R = |R| = 0,18 і перевіримо вибірку на загальну мультиколінеарність за критерієм χ2. Для цього знайдемо розрахункове значення критерію χ2 за формулою:

.



Порівняємо розрахункове значення  з табличним (Додаток Г) з  ступенями свободи та рівнем значущості *q*=5% (або функція CHIDIST (ХИ2ОБР)) . Можна зробити висновок, що >, тобто в масиві незалежних змінних має місце загальна мультиколінеарність.

4 Перевіримо вибірку на наявність частинної мультиколінеарності за критерієм Фішера, для чого розрахуємо обернену до R матрицю С:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1,424901 | -0,1477 | -0,659 |
| C | -0,1477 | 2,446293 | -1,79682 |
|  | -0,659 | -1,79682 | 2,735759 |

і найдемо F–критерій для кожної незалежної змінної:

,





Розрахункові значення порівнюємо з табличними (обсяг вибірки дорівнює 18, кількість незалежних змінних – трьом) при 3-1=2 та 18-3=15 ступенях свободи та рівні значущості q=5% (Додаток В). Fтабл.= 3,68.

Так як Fк1<Fтабл., Fк2>Fтабл, Fк3>Fтабл (3,18<3,68; 10,84>3,68; 13,0>3,68), то між незалежними змінними мультиколінеарності не існує.

**У разі, коли виявлено мультиколінеарність, необхідно продовжити дослідження, де розрахувати коефіцієнти детермінації для кожної незалежної змінної за формулою**

****

**Потім знайти матрицю часткових коефіцієнтів кореляції, які характеризують щільність зв’язків між двома змінними за умови, що всі інші змінні, а саме *xl1, xl2, …, xlk*не впливають на цей зв'язок (існування парної мультиколінеарності):**

****

**Розрахувати *t-*критерій для кожної незалежної змінної за формулою**

****

**Розрахункові значення порівнюємо з табличним значенням розподілу Стьюдента при *(n–k)* ступенях свободи та рівнем значущості *q*=5%. Якщо , то спостерігається мультиколінеарність між двома досліджуваними факторами. Якщо між незалежними змінними існує мультиколінеарність, то необхідно вирішувати питання щодо її усунення. Наприклад, можна виключити одну зі змінних колінеарної пари з моделі (якщо це не суперечить логіці економічних зв’язків) та досліджувати вплив на показник тільки тих факторів, що залишилися.**

Вихідні дані для самостійного виконання лабораторної роботи №5 подані в додатку нижче. Номер варіанта (номер Y) обирається за номером студента у журналі.

ДОДАТОК Л

Вихідні дані для лабораторної роботи №5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Варіант 1 | | | |  | Варіант 3 | | | | | | |  | | | Варіант 5 | | | | | |
| n | X1 | X2 | X3 |  | n | X1 | | X2 | | X3 | |  | | | n | X1 | X2 | | X3 | | |
| 1 | 7,5 | 11,8 | 9,7 |  | 1 | 8,1 | | 12,8 | | 10,7 | |  | | | 1 | 8,1 | 12,8 | | 10,7 | | |
| 2 | 9,4 | 10,8 | 9,4 |  | 2 | 9,4 | | 10,5 | | 8,4 | |  | | | 2 | 9,4 | 10,5 | | 8,4 | | |
| 3 | 11,4 | 11,9 | 9,1 |  | 3 | 11,4 | | 11,9 | | 9,1 | |  | | | 3 | 11,4 | 11,9 | | 9,1 | | |
| 4 | 15,4 | 12,8 | 7,9 |  | 4 | 15,4 | | 12,8 | | 7,9 | |  | | | 4 | 15,4 | 12,8 | | 7,9 | | |
| 5 | 12,3 | 12,4 | 8,4 |  | 5 | 12,3 | | 12,4 | | 8,4 | |  | | | 5 | 12,3 | 12,4 | | 8,4 | | |
| 6 | 6,8 | 13,1 | 10,1 |  | 6 | 7,2 | | 14,2 | | 11,7 | |  | | | 6 | 7,2 | 14,2 | | 11,7 | | |
| 7 | 7,9 | 15,4 | 9,7 |  | 7 | 7,9 | | 14,4 | | 9,7 | |  | | | 7 | 7,9 | 14,4 | | 9,7 | | |
| 8 | 10,4 | 13,9 | 10,6 |  | 8 | 10,4 | | 13,9 | | 10,6 | |  | | | 8 | 10,4 | 13,9 | | 10,6 | | |
| 9 | 11,6 | 14,5 | 11,4 |  | 9 | 11,6 | | 14,5 | | 11,4 | |  | | | 9 | 11,6 | 14,5 | | 11,4 | | |
| 10 | 9,8 | 14,7 | 10,1 |  | 10 | 9,8 | | 14,7 | | 10,1 | |  | | | 10 | 9,8 | 14,7 | | 10,1 | | |
| 11 | 11,4 | 15,1 | 11,7 |  | 11 | 11,4 | | 15,1 | | 11,7 | |  | | | 11 | 11,4 | 15,1 | | 11,7 | | |
| 12 | 10,6 | 14,1 | 9,9 |  | 12 | 11,8 | | 20,4 | | 10,7 | |  | | | 12 | 10,7 | 19,8 | | 9,4 | | |
| 13 | 11,8 | 15,9 | 10,8 |  | 13 | 11,8 | | 15,9 | | 10,8 | |  | | | 13 | 11,8 | 13,4 | | 10,8 | | |
| 14 | 12,7 | 16,2 | 11,5 |  | 14 | 12,7 | | 16,2 | | 11,5 | |  | | | 14 | 12,7 | 16,2 | | 11,5 | | |
| 15 | 13,7 | 16,8 | 11,5 |  | 15 | 13,7 | | 16,8 | | 9,4 | |  | | | 15 | 13,7 | 18,2 | | 9,4 | | |
| 16 | 14,3 | 17,5 | 12,4 |  | 16 | 14,3 | | 17,5 | | 12,4 | |  | | | 16 | 14,3 | 17,5 | | 12,4 | | |
| 17 | 14,9 | 18,9 | 12,9 |  | 17 | 14,9 | | 17,9 | | 12,9 | |  | | | 17 | 14,9 | 17,9 | | 12,9 | | |
| 18 | 16,5 | 18,4 | 13,7 |  | 18 | 15,5 | | 18,4 | | 13,7 | |  | | | 18 | 14,7 | 16,3 | | 15,7 | | |
|  |  |  |  |  |  |  | |  | |  | |  | | |  |  |  | |  | | |
| Варіант 2 | | | |  | Варіант 4 | | | | | | |  | | Варіант 6 | | | | | | |
| n | X1 | X2 | X3 |  | n | X1 | | X2 | | X3 | |  | | | n | X1 | X2 | | X3 | | | |
| 1 | 8,5 | 11,8 | 9,79 |  | 1 | 8,8 | | 11,8 | | 9,7 | |  | | | 1 | 10,4 | 16,7 | | 13,2 | | | |
| 2 | 9,4 | 10,5 | 7,4 |  | 2 | 10,1 | | 10,5 | | 8,4 | |  | | | 2 | 10,1 | 10,5 | | 10,9 | | | |
| 3 | 11,4 | 11,9 | 9,1 |  | 3 | 12,1 | | 11,9 | | 9,1 | |  | | | 3 | 12,1 | 11,9 | | 11,6 | | | |
| 4 | 11,4 | 13,8 | 7,9 |  | 4 | 16,1 | | 12,8 | | 8,4 | |  | | | 4 | 16,1 | 12,8 | | 10,4 | | | |
| 5 | 12,3 | 12,4 | 8,4 |  | 5 | 13 | | 12,4 | | 8,4 | |  | | | 5 | 13 | 12,4 | | 10,9 | | | |
| 6 | 6,8 | 13,1 | 10,1 |  | 6 | 7,9 | | 12,7 | | 10,7 | |  | | | 6 | 7,9 | 12,7 | | 14,2 | | | |
| 7 | 7,9 | 17,4 | 9,7 |  | 7 | 8,6 | | 14,4 | | 9,7 | |  | | | 7 | 8,6 | 14,4 | | 12,2 | | | |
| 8 | 10,4 | 13,9 | 10,6 |  | 8 | 11,1 | | 13,9 | | 10,6 | |  | | | 8 | 11,1 | 13,9 | | 13,1 | | | |
| 9 | 11,6 | 14,5 | 12,4 |  | 9 | 12,3 | | 14,5 | | 11,4 | |  | | | 9 | 12,3 | 14,5 | | 13,9 | | | |
| 10 | 9,8 | 14,7 | 10,1 |  | 10 | 10,5 | | 14,7 | | 10,1 | |  | | | 10 | 10,5 | 14,7 | | 12,6 | | | |
| 11 | 21,4 | 15,1 | 11,7 |  | 11 | 12,1 | | 14,8 | | 11,7 | |  | | | 11 | 12,1 | 14,8 | | 14,2 | | | |
| 12 | 10,6 | 14,1 | 9,9 |  | 12 | 12,5 | | 9,4 | | 8,7 | |  | | | 12 | 11,4 | 9,4 | | 11,9 | | | |
| 13 | 11,8 | 15,9 | 18,8 |  | 13 | 12,5 | | 15,9 | | 10,8 | |  | | | 13 | 12,5 | 15,9 | | 13,3 | | | |
| 14 | 12,7 | 16,2 | 11,5 |  | 14 | 13,3 | | 16,2 | | 12,5 | |  | | | 14 | 13,4 | 16,2 | | 14 | | | |
| 15 | 13,7 | 16,8 | 11,5 |  | 15 | 14,4 | | 16,8 | | 11,5 | |  | | | 15 | 14,4 | 16,8 | | 11,9 | | | |
| 16 | 14,3 | 16,5 | 12,4 |  | 16 | 15 | | 17,5 | | 12,4 | |  | | | 16 | 15 | 17,5 | | 14,9 | | | |
| 17 | 15,9 | 17,9 | 15,9 |  | 17 | 15,6 | | 17,9 | | 12,9 | |  | | | 17 | 15,6 | 17,9 | | 15,4 | | | |
| 18 | 15,5 | 18,8 | 14,7 |  | 18 | 16,2 | | 19,4 | | 15,5 | |  | | | 18 | 15,4 | 18,4 | | 18,2 | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Варіант 7 | | | |  | Варіант 9 | | | | | | | |  | | Варіант 11 | | | | | | | |
| n | X1 | X2 | X3 |  | n | | X1 | | X2 | | X3 | |  | | n | X1 | | X2 | | X3 | | |
| 1 | 7,38 | 9,48 | 6,37 |  | 1 | | 9,68 | | 13,38 | | 8,87 | |  | | 1 | 8,38 | | 9,48 | | 6,37 | | |
| 2 | 9,4 | 10,5 | 8,4 |  | 2 | | 10,1 | | 10,5 | | 10,9 | |  | | 2 | 9,4 | | 10,5 | | 8,4 | | |
| 3 | 11,4 | ,11,9 | 9,1 |  | 3 | | 12,1 | | 11,9 | | 11,6 | |  | | 3 | 10,28 | | 11,08 | | 10,1 | | |
| 4 | 10,25 | 9,08 | 5,8 |  | 4 | | 10,95 | | 12,8 | | 8,3 | |  | | 4 | 10,25 | | 9,08 | | 5,8 | | |
| 5 | 12,3 | 12,4 | 8,4 |  | 5 | | 13 | | 12,4 | | 10,9 | |  | | 5 | 12,3 | | 12,4 | | 8,4 | | |
| 6 | 11,28 | 20,18 | 15,7 |  | 6 | | 11,98 | | 12,7 | | 18,2 | |  | | 6 | 11,28 | | 20,18 | | 15,7 | | |
| 7 | 12,49 | 15,67 | 10,4 |  | 7 | | 13,19 | | 14,4 | | 12,9 | |  | | 7 | 12,49 | | 15,65 | | 10,4 | | |
| 8 | 10,4 | 13,9 | 10,6 |  | 8 | | 11,1 | | 13,9 | | 13,1 | |  | | 8 | 10,4 | | 13,9 | | 10,6 | | |
| 9 | 11,6 | 14,5 | 11,4 |  | 9 | | 12,3 | | 14,5 | | 13,9 | |  | | 9 | 11,6 | | 14,5 | | 11,4 | | |
| 10 | 9,8 | 14,7 | 10,1 |  | 10 | | 10,5 | | 14,7 | | 12,6 | |  | | 10 | 9,8 | | 14,7 | | 10,1 | | |
| 11 | 8,05 | 11,37 | 8,4 |  | 11 | | 8,75 | | 14,8 | | 10,9 | |  | | 11 | 9,81 | | 10,8 | | 9,4 | | |
| 12 | 10,7 | 19,8 | 9,4 |  | 12 | | 11,4 | | 9,4 | | 11,9 | |  | | 12 | 10,7 | | 19,8 | | 9,4 | | |
| 13 | 11,8 | 15,9 | 10,8 |  | 13 | | 12,5 | | 15,9 | | 13,3 | |  | | 13 | 11,8 | | 15,9 | | 10,8 | | |
| 14 | 12,7 | 16,2 | 11,5 |  | 14 | | 13,4 | | 16,2 | | 14 | |  | | 14 | 12,7 | | 16,2 | | 11,5 | | |
| 15 | 13,7 | 16,8 | 9,4 |  | 15 | | 14,4 | | 16,8 | | 11,9 | |  | | 15 | 13,7 | | 16,8 | | 9,4 | | |
| 16 | 14,73 | 18,36 | 13,1 |  | 16 | | 15,43 | | 17,5 | | 15,6 | |  | | 16 | 12,08 | | 15,2 | | 11,5 | | |
| 17 | 14,9 | 17,9 | 12,9 |  | 17 | | 15,6 | | 17,9 | | 15,4 | |  | | 17 | 14,9 | | 17,9 | | 12,9 | | |
| 18 | 13,01 | 15,27 | 18,4 |  | 18 | | 13,71 | | 18,4 | | 20,9 | |  | | 18 | 13,01 | | 15,24 | | 18,4 | | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Варіант 8 | | | | | |  | Варіант 10 | | | | | | |  | | | Варіант 12 | | | | | | | |
| n | X1 | X2 | | X3 | |  | n | X1 | | X2 | | X3 | | |  | | n | | X1 | | X2 | | X3 | |
| 1 | 10,47 | 15,64 | | 11,9 | |  | 1 | 12,77 | | 19,21 | | 14,4 | | |  | | 1 | | 9,68 | | 13,38 | | 8,87 | |
| 2 | 9,4 | 10,5 | | 8,4 | |  | 2 | 10,1 | | 10,5 | | 10,9 | | |  | | 2 | | 10,1 | | 10,5 | | 10,9 | |
| 3 | 11,4 | 11,9 | | 9,1 | |  | 3 | 12,13 | | 11,9 | | 11,6 | | |  | | 3 | | 10,98 | | 11,9 | | 12,6 | |
| 4 | 15,4 | 12,8 | | 7,9 | |  | 4 | 16 | | 12,8 | | 10,4 | | |  | | 4 | | 10,95 | | 12,8 | | 8,3 | |
| 5 | 12,3 | 12,4 | | 8,4 | |  | 5 | 13 | | 12,4 | | 10,9 | | |  | | 5 | | 13,2 | | 12,4 | | 10,9 | |
| 6 | 11,28 | 20,18 | | 15,7 | |  | 6 | 11,98 | | 12,7 | | 18,2 | | |  | | 6 | | 9,98 | | 12,7 | | 18,2 | |
| 7 | 12,49 | 15,67 | | 10,4 | |  | 7 | 13,19 | | 14,4 | | 12,9 | | |  | | 7 | | 13,19 | | 14,4 | | 12,9 | |
| 8 | 10,4 | 13,9 | | 10,6 | |  | 8 | 11,1 | | 13,9 | | 13,1 | | |  | | 8 | | 11,1 | | 13,9 | | 13,1 | |
| 9 | 11,6 | 14,5 | | 11,4 | |  | 9 | 12,3 | | 14,5 | | 13,9 | | |  | | 9 | | 12,3 | | 14,5 | | 13,9 | |
| 10 | 9,8 | 14,7 | | 10,1 | |  | 10 | 10,5 | | 14,7 | | 12,6 | | |  | | 10 | | 13,5 | | 14,7 | | 12,6 | |
| 11 | 17,4 | 15,1 | | 11,7 | |  | 11 | 12,1 | | 14,8 | | 14,2 | | |  | | 11 | | 10,51 | | 14,8 | | 11,9 | |
| 12 | 10,7 | 19,8 | | 9,4 | |  | 12 | 11,4 | | 9,4 | | 11,9 | | |  | | 12 | | 11,4 | | 9,4 | | 11,9 | |
| 13 | 11,8 | 15,9 | | 10,8 | |  | 13 | 12,5 | | 15,9 | | 13,3 | | |  | | 13 | | 12,5 | | 15,9 | | 13,3 | |
| 14 | 12,7 | 11,2 | | 11,5 | |  | 14 | 13,4 | | 16,2 | | 14 | | |  | | 14 | | 13,4 | | 16,2 | | 14 | |
| 15 | 13,7 | 16,8 | | 9,4 | |  | 15 | 14,4 | | 16,8 | | 11,9 | | |  | | 15 | | 14,4 | | 16,8 | | 11,9 | |
| 16 | 14,78 | 18,64 | | 13,1 | |  | 16 | 15,43 | | 17,5 | | 15,6 | | |  | | 16 | | 12,78 | | 17,5 | | 14 | |
| 17 | 14,9 | 17,9 | | 12,9 | |  | 17 | 15,6 | | 17,5 | | 15,4 | | |  | | 17 | | 15,6 | | 17,9 | | 15,4 | |
| 18 | 15,98 | 21,34 | | 18,4 | |  | 18 | 16,68 | | 17,9 | | 20,9 | | |  | | 18 | | 13,71 | | 18,4 | | 20,9 | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Варіант 13 | | | | | |  | | Варіант 14 | | | | | | | | |  | | Варіант 15 | | | | | | | |
| n | | X1 | X2 | X3 | |  | | n | | X1 | | X2 | | X3 | | |  | | n | | X1 | | X2 | | X3 | |
| 1 | | 8,45 | 10,28 | 7,58 | |  | | 1 | | 10,68 | | 15,38 | | 9,07 | | |  | | 1 | | 8,21 | | 10,71 | | 7,3 | |
| 2 | | 9,4 | 10,5 | 8,4 | |  | | 2 | | 10,1 | | 10,5 | | 10,9 | | |  | | 2 | | 9,4 | | 10,5 | | 8,4 | |
| 3 | | 10,28 | 11,08 | 10,1 | |  | | 3 | | 10,98 | | 11,9 | | 12,06 | | |  | | 3 | | 10,28 | | 11,08 | | 10,1 | |
| 4 | | 11,05 | 8,08 | 7,8 | |  | | 4 | | 14,05 | | 12,8 | | 8,03 | | |  | | 4 | | 10,25 | | 9,08 | | 5,8 | |
| 5 | | 12,3 | 12,4 | 8,4 | |  | | 5 | | 13 | | 14,4 | | 12,8 | | |  | | 5 | | 12,3 | | 12,4 | | 8,4 | |
| 6 | | 11,28 | 20,18 | 15,7 | |  | | 6 | | 11,98 | | 12,7 | | 18,2 | | |  | | 6 | | 11,28 | | 20,18 | | 15,7 | |
| 7 | | 12,49 | 15,67 | 10,4 | |  | | 7 | | 13,19 | | 14,4 | | 12,9 | | |  | | 7 | | 11,45 | | 10,69 | | 11,5 | |
| 8 | | 10,4 | 13,9 | 10,6 | |  | | 8 | | 11,1 | | 13,9 | | 13,1 | | |  | | 8 | | 10,4 | | 13,9, | | 10,6 | |
| 9 | | 11,6 | 14,5 | 11,4 | |  | | 9 | | 12,3 | | 14,5 | | 13,9 | | |  | | 9 | | 11,6 | | 14,5 | | 11,4 | |
| 10 | | 9,8 | 14,7 | 10,1 | |  | | 10 | | 10,5 | | 14,7 | | 12,6 | | |  | | 10 | | 9,8 | | 14,7 | | 10,1 | |
| 11 | | 9,81 | 10,8 | 9,4 | |  | | 11 | | 10,51 | | 14,8 | | 11,9 | | |  | | 11 | | 9,81 | | 10,8 | | 9,4 | |
| 12 | | 10,7 | 19,8 | 9,4 | |  | | 12 | | 15,4 | | 9,4 | | 11,9 | | |  | | 12 | | 10,7 | | 19,8 | | 9,4 | |
| 13 | | 11,8 | 15,9 | 10,8 | |  | | 13 | | 12,5 | | 15,9 | | 13,3 | | |  | | 13 | | 9,84 | | 13,27 | | 10,8 | |
| 14 | | 11,7 | 14,2 | 13,5 | |  | | 14 | | 13,4 | | 15,2 | | 11,4 | | |  | | 14 | | 12,7 | | 16,2 | | 11,5 | |
| 15 | | 13,7 | 16,8 | 9,4 | |  | | 15 | | 14,4 | | 16,8 | | 11,9 | | |  | | 15 | | 13,7 | | 16,8 | | 9,4 | |
| 16 | | 12,08 | 15,2 | 11,5 | |  | | 16 | | 12,78 | | 17,5 | | 14 | | |  | | 16 | | 12,08 | | 15,2 | | 11,5 | |
| 17 | | 14,9 | 17,9 | 12,9 | |  | | 17 | | 15,6 | | 17,9 | | 15,4 | | |  | | 17 | | 14,9 | | 17,9 | | 12,9 | |
| 18 | | 13,01 | 15,27 | 18,4 | |  | | 18 | | 13,71 | | 18,7 | | 20,9 | | |  | | 18 | | 14,05 | | 15,27 | | 20,3 | |